

EXERCICIS PER A PREPARAR LA PROVA DE RECUPERACIÓ DE LA MATÈRIA DE MATEMÀTIQUES (SETEMBRE 2017)

**També són molt recomanables per als alumnes que han aprovat però volen mantenir el nivell de la matèria de matemàtiques.**

**Bones vacances!**

TRIGONOMETRIA

1. D'un angle  $\alpha \in 2n$ . quadrant sabem que  $\cos \alpha = -2/5$ 
  - a) Dibuixa l'angle amb l'ajuda de la circumferència trigonomètrica
  - b) Troba el valor exacte de les altres raons trigonomètriques de l'angle  $\alpha$
  - c) Troba la mesura de l'angle (amb calculadora)
  
2. En Joan estira un pes amb una força de 12 N i la Maria ho fa amb una de 8N en direccions que fan un angle de  $30^\circ$ . a) Quin valor tindrà la força resultant? b) Quin angle té la direcció d'aquesta força amb la direcció de la d'en Joan? (Sol:  $19'346N, 11^\circ55'57''$ )
  
3. Les broques d'un rellotge medeixen 8cm i 5 cm. A quina distància estan els seus extrems a les 7h en punt? (Sol:  $12'58cm$  perquè les broques en aquesta hora fan un angle de  $150^\circ$ )
  
4. Dos automòbils surten d'un mateix punt per carreteres que formen un angle de  $50^\circ$ . Si un vehicle té una velocitat constant igual a 65 km/h i l'altre de 85 km/h, a quina distància es trobaran l'un de l'altre al cap d'1 hora i 30 minuts? (Sol:  $98'899Km$ )
  
5. Troba el valor exacte de les tres raons trigonomètriques de l'angle de  $75^\circ$  (Utilitzant fórmules d'addició)
  
6. Des de dalt d'un globus veiem amb un angle de  $108^\circ$  dos pobles que estan a una distància de 15 Km l'un de l'altre. Sabent que la distància del globus a un poble és de 8Km, a quina distància està de l'altre poble? I a quina altura està el globus? (Sol:  $10'455Km, 5'305Km$ )
  
7. D'un angle  $\alpha$  en sabem que  $\sin \alpha = -2/3$  i que  $\alpha \in 3r$ . quadrant.
  - a) Dibuixa l'angle amb l'ajuda de la circumferència trigonomètrica.
  - b) Troba el valor exacte de les altres raons trigonomètriques de l'angle  $\alpha$
  - c) Troba la mesura de l'angle (amb calculadora)
  - d) Troba, utilitzant la fórmula d'addició corresponent:  $\cos(\alpha + 30^\circ) =$
  
8. Resol, en cada cas, el triangle corresponent (Has de trobar els altres costats i angles):

- a)  $A=32^\circ$   $B=75^\circ$  i  $c=14$ .  
 b)  $a=15$   $b=8$  i  $C=64^\circ$   
 c)  $B=\pi/3$   $b=5$  i  $c=$

## VECTORS I GEOMETRIA ANALÍTICA

9. Troba quin ha de ser el valor de  $k$  per tal que els punts  $A(3, -2)$ ,  $B(1, 5)$  i  $C(10, k)$  estiguin alineats.  
 (Sol:  $k=-53/2$ )

10. Siguin  $\vec{u}=(2,-3)$ ,  $\vec{v}=(2,5)$  i  $\vec{w}=(-2,0)$ . Calcula:

a)  $2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w} =$     b)  $\vec{u} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w}) =$     c)  $(5\vec{w} - 3\vec{u}) \cdot 4\vec{v} =$

d) L'angle que formen els vectors  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$

(Sol: **a)**  $(17/3, -13/3)$ , **b)**  $(-8, 12)$ , **c)**  $52$  **d)**  $124.51^\circ$ )

11. a) Troba l'equació de la recta que passa pel punt  $A=(2, -3)$  i és perpendicular a  $r: 5x + 3y - 9 = 0$     b) A quina distància està el punt  $A$  de la recta  $r$ ?

(Sol:  $3x - 5y - 21 = 0$ ,  $4\sqrt{34}/17$  u)

12. Troba l'equació contínua i la general de la recta que passa pel punt mitjà del segment d'extremes  $P=(-1,3)$  i  $Q=(5, 4)$  i que té pendent  $-2$ . Troba també l'angle que forma amb la recta  $5x - 2y + 3 = 0$ .

13. Donada la recta d'equació  $3x + 2y + 8 = 0$ , indica cadascun dels elements següents :

- a) un vector director    b) el pendent    c) l'angle que forma la recta amb els eixos de coordenades    d) representació gràfica    e) punts de tall amb els eixos de coordenades    f) escriu la recta perpendicular a l'anterior i que passa per l'origen de coordenades.

14. Si  $\vec{u}=(4,-1)$ ,  $\vec{v}=(3,4)$  i  $\vec{w}=(0,-2)$ , calcula:

a)  $\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} - 3\vec{w} =$     b)  $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{w} =$     c)  $(\vec{w} - 2\vec{u}) \cdot \vec{v} =$

d) Troba el vector unitari del vector  $\vec{u}$

e) Troba un vector que sigui perpendicular al vector  $\vec{v}$

f) Quin angle formen els vectors  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ ?

15. Siguin els vectors  $\vec{a} = (5, 1)$ ,  $\vec{b} = (2, 4)$  i  $\vec{c} = (-2, 3)$ . Troba:

- La combinació lineal:  $3\vec{a} - 2(\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}) =$
- El vector unitari del vector  $\vec{a}$
- $(\vec{a} \bullet \vec{b}) \cdot \vec{c} =$
- L'angle que formen els vectors  $\vec{a}$  i  $\vec{c}$

16. Donat el triangle de vèrtexs  $A(1, 4)$ ,  $B(6, -2)$  i  $C(4, -4)$ , troba:

- Les coordenades del vèrtex  $D$  per tal que ABCD sigui un paral·lelogram.
- L'equació general de la recta que conté el costat AB.
- La llargada del costat AB
- L'angle A.

(Sol: a)  $(-1, 2)$  b)  $6x + 5y - 26 = 0$  c)  $\sqrt{61}$  d)  $19.25^\circ$ )

17. Sigui la recta  $r: 6x + 3y - 15 = 0$ . Troba:

- El pendent de la recta i l'angle que forma la recta amb l'eix d'abscisses.
- Els punts de tall de la recta amb els eixos.
- L'equació de la recta que passa pel punt mitjà del segment d'extremes  $P=(2,5)$  i  $Q=(3,-2)$  i és paral·lela a  $r$
- L'equació de la recta que passa per l'origen de coordenades i és perpendicular a  $r$ .

(Sol: a)  $m=-2$   $116^\circ 33' 54''$  b)  $(5/2, 0)$  i  $(0, 5)$  c)  $4x + 2y - 13 = 0$  d)  $x - 2y = 0$ )

18. Un triangle té els vèrtexs en  $P=(1, 1)$ ,  $Q=(-2, -2)$  i  $R=(0, 3)$ . Calcula els angles i també les longituds dels costats. (Sol: angles:  $108,43^\circ$ ,  $23,2^\circ$  i  $48,37^\circ$  longituds:  $5,39$ ;  $2,24$ ;  $4,24$ )

19. Troba l'equació de la recta que passa per  $A(-1, 3)$  i és paral·lela a la recta d'equació  $y = -2x + 5$ . Troba la distància del punt a la recta donada.

20. Considera el triangle de vèrtexs:  $A=(1,5)$ ,  $B=(6, 2)$  i  $C=(4,-2)$ .

Troba:

- L'equació general de les rectes que contenen els costats del triangle.
- La mesura dels costats del triangle.
- La mesura dels angles del triangle.

d. El punt D per tal que ABCD sigui un paral.lelogram

(Sol: a)  $3x+5y-28=0$   $2x-y-10=0$   $7x+3y-22=0$  b)  $4'47, 7'62, 5'83$  c)  $35,84^\circ, 94,4^\circ$  i  $49,76^\circ$   
 d)  $D=(-1,1)$ )

## CIRCUMFERÈNCIA I ALTRES CÒNIQUES

21. El punt  $P(0, -1)$  és de la circumferència  $x^2+y^2+3x-2y-3=0$  Troba l'equació de la recta tangent a la circumferència en aquest punt. (Sol:  $3x-6y-6=0$ )

22. Troba l'equació de la circumferència centrada en el punt mitjà del segment d'extremes  $A=(-2, 3)$  i  $B=(4,0)$  i tangent a la recta  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2}$

(Sol:  $(x-1)^2 + (y-3/2)^2 = (19\sqrt{13} / 26)^2$ )

23. Troba la posició relativa de la recta  $s: x - y = 0$  i la circumferència  $c: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ . Escribeu l'equació de la recta paral·lela a  $s$  que és tangent a la circumferència  $c$ .

24. Classifica aquestes còniques, troba'n els elements i representa-les:

a)  $4x^2 = 36 + 3y^2$                       b)  $x^2+y^2-2x+4y-4=0$                       c)  $4x^2+7y^2-24=0$

(Sol: a) Hipèrbola:  $a=3$   $b=2\sqrt{3}$   $c=\sqrt{21}$  b) Circumferència:  $C=(1,-2)$  i  $r=3$  c) El·lipse:  $a=\sqrt{7}$   $b=2$   $c=\sqrt{11}$ )

25. Classifica aquesta cònica, troba'n els elements i representa-la:  $5x^2 - 45 = 9y^2$

(Sol: Hipèrbola,  $a=3$   $b=\sqrt{5}$   $c=\sqrt{14}$ )

26. Dibuixa de manera aproximada la cònica d'equació:  $x^2 = -6y$

Indica'n: a) Tipus de cònica b) Les coordenades del focus

c) L'equació de la directriu i de l'eix de simetria

(Sol: Paràbola)

## POLINOMIS

27. Siguen els polinomis  $P(x) = 3x^2 - 5x - 3$ ,  $Q(x) = x^2 - 3x - 4$  i  $R(x) = 2x - 10$  Calcula:

a)  $P + Q \cdot R$                       b)  $(P + Q) \cdot R$                       c)  $(2 + x) \cdot (Q - R)$                       d)  $(Q + R) \cdot (P + R)$

Solucions: a)  $2x^3 - 13x^2 + 17x + 37$  b)  $8x^3 - 56x^2 + 66x + 70$  c)  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$  d)  $3x^4 - 6x^3 - 52x^2 + 55x + 182$

28. a) Calcula m per tal que la divisió següent sigui exacta:  $(x^4 + mx^3 - 2x - 7) : (x + 2)$

(Sol:  $m=13/8$ )

b) Calcula k per tal que el residu de la divisió  $(x^{305} - kx^{24} + 5) : (x - 1)$  sigui 3

(Sol:  $k=3$ )

29. Factoritza aquests polinomis i troba'n les arrels:

- a)  $x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x$       b)  $x^3 - 9x$       c)  $x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$   
d)  $2x^5 - 50x^3$       e)  $2x^5 + 6x^4 - 8x^2$

(Sol: a)  $x \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+3)$     b)  $x \cdot (x-3) \cdot (x+3)$     c)  $(x+3)(x-3)(x+1)(x-1)$     d)  $2x^3(x+5)(x-5)$     e)  $3x^2(x+2)^2(x-1)$ )

30. Simplifica aquestes fraccions:

- a)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} =$       b)  $\frac{5x^2 - 15x}{x^2 - 6x + 9} =$       c)  $\frac{3x^2 - 15x}{x^2 - 5x} =$       d)  $\frac{x^3 + 6x^2 + 3x - 10}{x^3 + x^2 - 2x} =$

(Sol: a)  $\frac{x-2}{x}$       b)  $\frac{5x}{x-3}$       c) 3      d)  $\frac{x+5}{x}$  )

31. Calcula i, si es pot, simplifica:

a)  $\frac{x^2 - 4x + 4}{3x(x^2 - 4)} : \frac{x-2}{x^2 + 6x}$       b)  $\frac{1}{x^2 - x} - \frac{2-x}{x-1}$       c)  $\frac{x}{x-2} + \frac{5}{x^2 - 4} =$

d)  $\frac{x+1}{x} - \frac{5}{x-1} =$       e)  $\frac{x}{x-1} + \frac{5}{x^2 - 1} - \frac{x-2}{2x-2} =$       f)  $\frac{x}{x-3} + \frac{1}{x^2 - 9} - \frac{x-1}{2x+6} =$

g)  $\frac{2x-6}{x^2 + 2x} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 9} =$       h)  $\frac{3x-6}{x^2 + x} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} =$       i)  $\frac{x}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 9} =$

j)  $\left(\frac{x-1}{x^2 - 25} - \frac{3+x}{2x-10}\right) : \frac{x+1}{x+5} =$       k)  $\frac{x+1}{x-3} : \left(\frac{2+x}{x^2 - 9} - \frac{2-x}{2x+6}\right) =$

(Sol: a)  $\frac{x+6}{3(x+2)}$     b)  $\frac{x-1}{x}$     c)  $\frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 - 4}$     d)  $\frac{x^2 - 5x - 1}{x(x-1)}$     e)  $\frac{x^2 + 3x + 12}{2 \cdot (x+1) \cdot (x-1)}$

f)  $\frac{x^2 + 10x - 1}{2 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)}$  g)  $\frac{2x - 4}{x \cdot (x - 3)}$  h)  $\frac{3x - 3}{x \cdot (x - 2)}$  i)  $\frac{x - 3}{x^2 - 4}$  j)  $\frac{-x^2 - 6x - 17}{2 \cdot (x + 1)(x - 5)}$

k)  $\frac{2(x + 3)(x + 1)}{x^2 - 3x + 10}$

## COMPLEXOS

32. Resol les equacions: a)  $3x^2 + 27 = 0$  b)  $x^2 - 4x + 5 = 0$

33. Calcula: a)  $\frac{(2 - 3i)i^{30}}{1 - 2i}$  b)  $\sqrt[4]{-16}$

34. Siguien els complexos:  $z_1 = 5 - 2i$ ,  $z_2 = 3 - 5i$ ,  $z_3 = 3_3\pi / 2$   $z_4 = i$

Calcula:  $\frac{\overline{z_1 \cdot z_2}}{z_3 + z_4} =$  (Sol:  $41/5 + 47/5 i$ )

35. Calcula  $(1 - \sqrt{3}i)^8$  (Sol:  $256_{240^\circ}$ )

36. Donats el nombres complexos:  $z_1 = 2 - 3i$ ;  $z_2 = 2 + 4i$ ;  $z_3 = 1_{60^\circ}$

a) Calcula  $\frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$  b) Escriu  $z_1$  en forma polar c) Troba el conjugat de  $z_3$

(Sol: a)  $2 - 8/7 i$ , b)  $\sqrt{13}_{303^\circ 41' 24.2''}$  c)  $1_{300^\circ}$ )

## FUNCIONS

**Nota: Bona part d'aquests exercicis els podreu comprovar utilitzant el Geogebra. I en el cas dels límits ho podeu fer amb l'ajuda d'una taula de valors**

37. Donades les funcions  $f(x) = 3x^2 - 4$ ,  $g(x) = \frac{x - 3}{5x - 2}$  i  $h(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$ , troba:

a)  $(f+h)(x)$ ; b)  $\left(\frac{g}{h}\right)(x)$ ; c)  $(g \circ f)(x)$ ; d)  $(h \circ f)(x)$ ; e)  $g^{-1}(x)$  f)  $D_f \cap g$   $D_g$ .

38. a) Digues de quin tipus són aquestes funcions i troba'n el domini:

a)  $f(x) = \sqrt{6-x}$       b)  $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 5x^2 + 4x}$       c)  $f(x) = \sqrt{3x^2 - 12}$       d)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + x - 2}$

(Sol: a)  $(-\infty, 6]$     b)  $R - \{0, 1, 4\}$     c)  $[-2, 2]$     d)  $R - \{1, -2\}$ )

b) Siguin les funcions  $f(x) = x^2 - 1$  i  $g(x) = \sqrt{2x+1}$ . Troba  $(f \circ g)(x) =$

(Sol:  $(f \circ g)(x) = 2x$ )

39. Sigui la funció  $f(x) = -3 + \sqrt{2x+8}$

Troba:

- a)  $D_f =$                       b) La gràfica              c)  $R_f$                       d)  $f^{-1}(x)$

40. Calcula aquests límits i interpreta'n gràficament el resultat:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x}$$

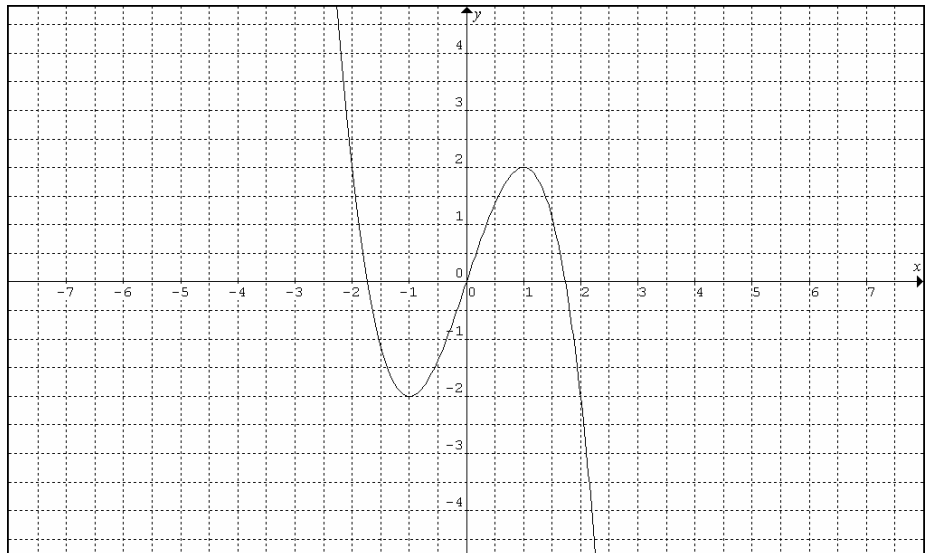
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 5}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{x^2 + 2x - 3}$$

(Sol:  $\frac{1}{2}$ ,  $-1$ ,  $\mp \infty$ ,  $1$ )

41. Donada la gràfica de la funció  $f(x)$  troba les gràfiques de:

- a)  $f(x-3)$   
b)  $-f(x)$   
c)  $|f(x)|$



42. Sigui la funció  $f(x) = 5^x$

- a) Escriu la seva recíproca:  $f^{-1}(x) =$     b) Fes la gràfica de  $f(x)$  i de  $f^{-1}(x)$   
c) Escriu:  $D_f =$                        $D_{f^{-1}} =$

43. Sigui la funció  $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-3x}$

- a) Troba  $D_f$       b) Estudia els límits a l'infinit      c) Estudia la continuïtat  
d) Amb la informació anterior fes una aproximació de la gràfica.

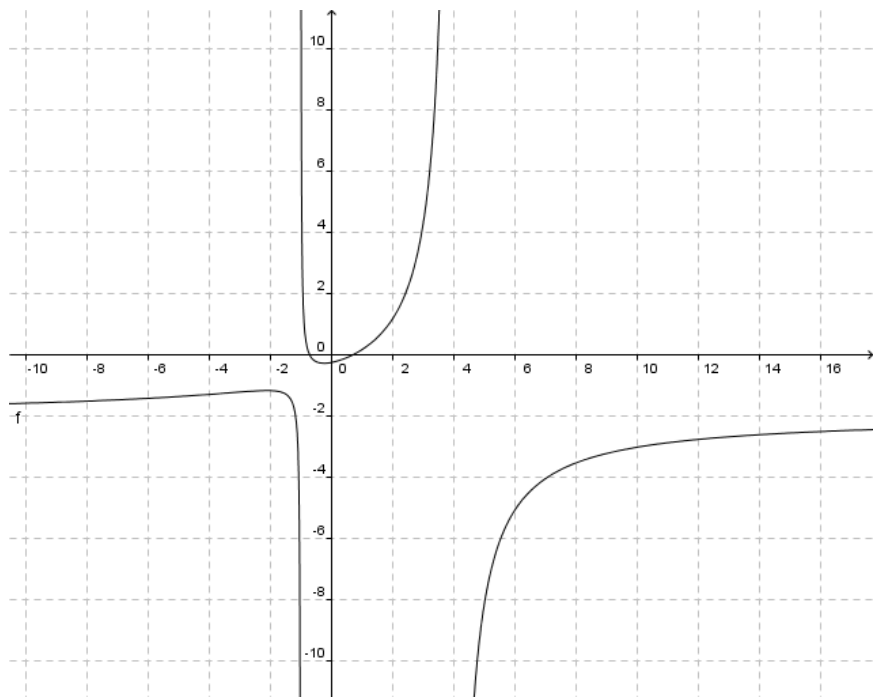
44. Representa gràficament aquesta funció, indica'n el domini i el recorregut i estudia la

continuïtat:  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 & \text{si } -1 < x < 3 \\ 5-x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

45. Donades aquestes funcions, estudia: domini, continuïtat, límits importants. A partir d'aquesta informació fes una gràfica aproximada:

46. A partir d'aquesta gràfica, corresponent a una funció  $f(x)$ , contesta:

- a)  $D_f =$   
b) (aprox)  $R_f =$   
c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$   
d)  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$   
e) Què saps dir de l'expressió matemàtica de  $f(x)$ ?  
 $f(x) = \dots$   
f) Dibuixa la gràfica de  $-f(x)$



47. Troba el valor de "k" per tal que aquesta funció sigui contínua:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - k & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + kx & \text{si } x > 1 \end{cases}$$



Representa-la pel valor de **k** que hagi trobat.

**48.** Es realitza un experiment psicològic amb nenes i nenes de sis anys. L'experiment consisteix en mostrar-los, durant un temps d' $x$  minuts, un conjunt d'objectes, i immediatament després de retirar-los, demanar-los que els distingeixin dins d'un conjunt més ampli d'objectes.

Els resultats venen donats per la funció:  $f(x) = 15 \cdot (1 - e^{-0.2x})$

- Quants objectes pot recordar un nen després de 5 minuts d'observació prèvia?
- Quants, després d'una hora i quaranta minuts?
- I al cap de tretze hores i mitja?
- Quina conclusió pots extreure dels resultats anteriors?

**49.** En el contracte de treball d'un empleat figura que el sou pujarà un 3'5% anual.

- Si comença guanyant 10.000€ anuals, quant guanyarà d'aquí a 8 anys?
- Quant temps tardarà a triplicar-se el seu sou?
- Escriu la funció que relaciona el sou dependent del temps que passa.

(Solució: a) 13.168'09€ b) 32 anys c)  $f(t) = 10000 \cdot 1.035^t$ )

**50.** Una empresa estima que el seu balanç de guanys i pèrdues segueix la funció

$f(x) = \ln(x+1) - x + 2$ , on  $x$  representa els anys naturals a partir de la seva fundació i  $f(x)$  els guanys o les pèrdues de l'empresa, en milions de pessetes.

- Quin és el balanç de l'empresa en el moment de la seva fundació?
- Fes un gràfic aproximat i conclou si d'aquí a 10 anys l'empresa tindrà beneficis o pèrdues.
- Compraries accions d'aquesta empresa?

**51.** El nombre de bacteris en un cultiu ve donat per  $N(t) = 9 + 2 \cdot e^t$ , on el temps  $t$  s'expressa en hores i  $N$  en milers de bacteris. a) Quants bacteris hi ha inicialment? b) Quants n'hi ha al tercer dia? c) Quant de temps ha de passar perquè hi hagi més de 44.000 bacteris?

(Sol: a) 9.000 bacteris b) 49171 bacteris, c) 2 hores 51 minuts 44 segons)

**52.** En una ciutat de 120.000 habitants es propaga una epidèmia de grip segons la funció

exponencial següent:  $f(t) = 6t^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$  on  $t$  és el temps i  $f(t)$  el nombre de malalts.

- Calcula quants malalts hi ha al quart dia? I al cap de 12 dies?
- Quin dia hi haurà 192 malalts? (per tempteig)
- I quants malalts al cap de 32 dies? (interpreta el resultat)

(Sol: a) 96 malalts ; 162 malalts b) 8 dia c) 3 malalts, l'epidèmia estava en la fase final.)

53. Sigui  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ . Troba  $f'(2)$  i  $f'(-1)$  utilitzant el concepte de derivada. Digues si en aquests valors la funció és creixent o decreixent.

54. Sigui  $f(x) = x^2 + 2x - 1$ . Troba  $f'(x)$  utilitzant el concepte de derivada.

## ESTADÍSTICA I PROBABILITAT

**Nota: Podeu comprovar les solucions dels exercicis d'estadística de distribucions bidimensionals amb l'EXCEL que va fer en l'activitat del curs)**

55. El consum d'energia per càpita en milers de kWh i la renda per 5 càpita en milers d'€ de sis països de la UE són les següents:

	Alemanya	Bèlgica	Dinamarca	Espanya	França	Itàlia
Consum (X)	5,7	5	5,1	2,7	4,6	3,1
Renda (Y)	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5

Utilitza i completa la taula adequada a fi de calcular:

- Calcula la covariància
- Indica el coeficient de correlació entre el consum i la renda. Com és la relació entre les dues variables?
- Calcula la recta de regressió del consum d'energia sobre la renda.
- Quina predicció podem fer sobre el consum d'energia per càpita de Grècia si la renda és de 4,2 milers d'€?

56. Volem estudiar la possible correlació entre el temps que uns conductors han conduït de manera ininterrompuda (X) i els reflexos que tenen (Y). El temps s'expressa en hores i l'índex de reflexos es troba a partir d'un test que els valora de 0 fins a 100. S'obtenen els resultats que figuren a la taula.

$x_i$	8	1	3	5	2
$y_i$	35	84	63	42	73

- Trobeu la covariància i el coeficient de correlació (comenteu-lo)
- Si un conductor ha estat 4 hores seguides al volant, quin nivell de reflexos podem esperar que tingui?

57.- Mesurant el nivell de colesterol i la pressió sanguínia en un grup de persones, hem obtingut els següents resultats:

<b>Colesterol</b>	158	157	116	117	127	125
<b>Pressió sanguínia</b>	111	115	155	156	181	174

- Calcula la covariància
- Calcula el coeficient de correlació
- Quina pressió sanguínia podem esperar que tingui una persona que ha donat un nivell de colesterol de 134.

**58.** Dues proves A i B permeten detectar si un pacient pateix una malaltia determinada. El 60% dels pacients d'un centre hospitalari se sotmeten a la prova A i el 40% restant a la prova B. La prova A detecta la malaltia en un pacient amb una probabilitat de 0,9 i la prova B amb una probabilitat de 0,8. Calcula:

- La probabilitat que la malaltia no sigui detectada.
- La probabilitat que, si s'ha detectat la malaltia en el pacient, hagi estat amb la prova A. (Bayes)

(Sol: 0'14 i 0'6279)

**59.**-S'ha comprovat estadísticament que en un país el 58% dels nadons són nenes. Si una família té dos fills calcula la probabilitat que:

- Siguin dues nenes.
- Almenys un del fills sigui nena

(Sol: 0'3364 i 0'8236)

**60.** El 45% dels estudiants de segon de batxillerat d'un institut són alumnes de ciències i l'altre 55% són alumnes d'humanitats. Se sap que aproven totes les assignatures el 30% dels alumnes de ciències i el 40% del alumnes d'humanitats. Si un alumne ha estat triat a l'atzar, quina és la probabilitat que:

- Hagi aprovat totes les assignatures
- Sigui d'humanitats sabent que no les ha aprovat totes. (Bayes)

(Sol: 0'355, 0'511)

**61.** En una empresa d'ordinadors hi ha tres línies de fabricació i s'ha comprovat estadísticament que els de la primera (A) són defectuosos en un 6%, els de la segona (B) ho són en un 4% i els de la tercera (C) funcionen bé en un 98%. Una botiga ven ordinadors que s'han fabricats en aquesta empresa i nosaltres n'anem a comprar un. Quina és la probabilitat que:

- el nostre ordinador vagi bé ?
- si el nostre ordinador no va bé, hagi estat muntat en la línia A? (Bayes)

(Sol: 0'96, 0'5)

**62.** Disposem de dues bosses, A i B. Dins la bossa A hi ha 4 boles blanques i 8 de negres i dins la B n'hi ha 8 de blanques i 6 de negres. Fem aquesta experiència: traiem una bola de la bossa A i la posem a la bossa B. Després traiem una bola de la bossa B i mirem el seu color. A quin esdeveniment hem d'apostar: que aquesta darrera bola surti blanca o bé que surti negra?

(Sol: 5/9, 4/9)

**63.** S'ha comprovat que el temps que tarda un medicament a fer efecte sobre el pacient segueix una distribució normal amb una mitjana de 16 dies i una desviació de 3 dies.

- Si un pacient pren aquest medicament, quina és la probabilitat que tardi més de 18 dies a fer-li efecte?
- Si el subministrem a 150 pacients, a quants podem esperar que els hi faci efecte abans de 15 dies.

(Sol: 0'2546, 56 pacients)

**64.** Les notes de selectivitat de matemàtiques segueixen una distribució  $N(5,57, 2)$ .

- a) Quina és la probabilitat que la Carme tregui una nota inferior al 6 ?
- b) I superior al 7?
- c) Si s'han examinat 28 alumnes de l'institut, quants podem esperar que hagin aprovat?

*(Sol: 0'5852, 0'2373, 17 alumnes)*

**65.** La talla mitjana dels 200 alumnes d'un centre escolar és de 165 cm, i la desviació típica, 10 cm.

- a) Si les talles es distribueixen normalment, calcula la probabilitat que un alumne elegit a l'atzar mesuri més de 180 cm.
- b) Quants alumnes podem esperar que mesurin menys de 180 cm?
- c) Quants alumnes podem esperar que mesurin entre 160 cm i 180 cm?

*(Sol: 0'0668, 187 alumnes, 125alumnes)*