

EXERCICIS PER A PREPARAR LA PROVA DE RECUPERACIÓ DE LA MATÈRIA DE MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS (SETEMBRE 2017)

També són molt recomanables per als alumnes que han aprovat però volen mantenir el nivell de la matèria de matemàtiques aplicades.

BONES VACANCES D'ESTIU !

NOMBRES

1. Representa (en forma d'interval i a la recta real) aquests conjunts de nombres:

a) $\{x \in R / -2 \leq x < 5\}$ b) $\{x \in R / x > -3\} \cap \{x \in R / x < 4\}$

2. Assenyala (en forma d'interval i fent la representació a la recta) el conjunt de nombres que compleixen cadascuna d'aquestes desigualtats:

a) $|x + 3| < 2$ b) $|x - 5| \leq 3$ c) $|x + 2| \geq 5$

(Sol: a) $(-5, -1)$ b) $[2, 8]$ c) $(-\infty, -7] \cup [3, +\infty)$)

3. Calcula (amb calculadora): a) $\frac{3,2 \cdot 10^{-8} + 1,6 \cdot 10^{-7}}{2,43 \cdot 10^6 - 10^7} =$

b) $\frac{0,0000000032 - 0,000000456}{(3400000000 + 56000000)^4} =$ c) $\frac{(5,2 \cdot 10^{-12} + 10^{-11})^2}{1,3 \cdot 10^8 - 9,2 \cdot 10^7} =$

(Sol: a) $-2'53 \cdot 10^{-14}$ b) $-1'132 \cdot 10^{-7}$ c) $6'08 \cdot 10^{30}$)

4. Racionalitza aquestes fraccions: a) $\frac{3}{\sqrt{5}} =$ b) $\frac{\sqrt{2}}{7 - \sqrt{2}} =$ c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} =$

5. Efectua i simplifica:

a) $-\sqrt{3}(2\sqrt{5} - 3) - \sqrt{5}(\sqrt{3} + 4) =$ b) $(\sqrt{7} - 2)^2 - (\sqrt{7} + 2)^2$ c) $(\sqrt{5} - 2)^2 + (\sqrt{5} + 2)^2$

d) $\sqrt[3]{2a} \cdot \sqrt[5]{3a^4} =$ e) $\frac{\sqrt[3]{6a^3b}}{\sqrt[4]{2ab}} =$ f) $(3 + \sqrt{6})^2 - (3 - \sqrt{6})^2 =$

g) $3\sqrt{50} - 5\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{75} =$ h) $2\sqrt{20} - \sqrt{18} + 3\sqrt{45} - 2\sqrt{8} =$

(Sol: a) $-3\sqrt{15} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{5}$ b) $-8\sqrt{7}$ c) 18 d) $a \cdot \sqrt[15]{2^8 a^2}$ e) $\cdot \sqrt[12]{2 \cdot 3^4 a^9 b}$ f) $12\sqrt{6}$
g) $18\sqrt{2} - 10\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ h) $13\sqrt{5} - 7\sqrt{2}$)

6. Troba el valor d'aquests logaritmes (sense calculadora):

a) $\log_2 32 =$ b) $\log_{1/3} 81 =$ c) $\log 0,00001 =$ d) $\log_5 1 =$

7. Troba el valor de la incògnita:

a) $3^{x+2} = 150$

b) $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} = x$

c) $\log y = 2 \cdot \log 8 - 3 \cdot \log 2$

d) $\log t^3 = 12$

e) $5^{2t+1} = 435$

f) $2 \cdot \log x = 3 \cdot \log 4 + 4 \cdot \log 2$

(Solució: a) 2'5608... b) $x=-1/2$ c) $y=8$ d) $t=10000$ e) $t=1'3874$ f) $x=32$)

8. A quin nombre hem d'eleva el tres per obtenir 100? (planteja i resol) (Solució: $x=\log_3 100=4'1918..$)

MATEMÀTICA FINANCERA

9. Un GPS té un preu de 780 €. Podem pagar 200 € en el moment de la compra. La resta la pagarem a terminis mensuals durant dos anys. Suposant que els interessos són del 10% anual, quina quota haurem de pagar cada mes? (Sol: 26,77€)

10. Un treballador diposita 6.800 € en un banc per un període de cinc anys amb un rendiment del 8% anual però amb pagament d'interessos mensual. De quina quantitat podrà disposar al cap d'aquest temps? (Sol: 10.130,95€)

11. Un altre treballador, de 28 anys, pensant en pagar l'entrada d'un pis, decideix ingressar a l'inici de cada mes la quantitat de 600 € en un compte d'un banc que li produeix un rendiment del 6% anual. De quina quantitat disposarà en el moment de comprar el pis, als 34 anys? (Sol: 52.104,54€)

12. Un pare fa un dipòsit de 7.600 € en un banc per quan el seu fill, que ara té 3 anys, arribi a la majoria d'edat. Suposant que el rendiment és del 5% anual però amb pagament d'interessos mensual, de quina quantitat podrà disposar el seu fill quan arribi als 18 anys? (Sol: 16.064,15€)

13. Una bicicleta té un preu de 840 €. Podem pagar 300 € en el moment de fer compra. La resta la pagarem a terminis mensuals durant tres anys. Suposant que els interessos són del 6% anual, quina quota haurem de pagar cada mes? (Sol: 16,43€)

14. Dipositem 4200 € a plaç fix durant un any a un rendiment del 7% anual i ens paguen interessos cada mes. a) Quina quantitat tindrem al cap de l'any? b) Quina és la TAE corresponent?

(Sol: 4.503,62€, 7,23%)

15. Un rentavaixelles val 720 €. El client només pot pagar 250 € en el moment de la compra. La resta la pagarà a terminis mensuals durant dos anys. Suposant que se li fa un pla d'amortització amb interessos del 14% anual, quina quota haurà de pagar al final de cada mes? (Sol: 22,57€)

16. Un alumne, per finançar el viatge de fi d'estudis, decideix dipositar a l'inici de cada mes una quantitat de 60 € en un compte d'un banc que li produeix un rendiment del 5% anual. Si el primer ingrés el fa en el mes de setembre i l'últim en el mes de maig (perquè el viatge es fa al juny), de quants diners disposarà al finalitzar aquest procés? (Sol: 551,38€)

17. Imagina que a la rifa de Nadal guanyes un premi de 800.000€ i no saps com invertir-lo. Diferents bancs et van al darrera. El Banc Menjadiners t'ofereix un 8% anual amb pagament d'interessos cada trimestre, mentre que la Caixa Portadiners Que No els Veuràs Més t'ofereix un 7% anual però amb pagament d'interessos mensual. Suposant que vols tenir invertits aquests diners durant 4 anys, quin tracte et convé més?

(8,24%TAE i 7,22% TAE, per tant, el primer. També et pots fer calculant el capital que tindràs al cap dels 4 anys)

18. Quant trigarem a pagar un deute de 4.600 € al 4% anual si paguem a finals de cada any una quota de 500 €?

(Sol: 11,7 anys)

POLINOMIS

19. Siguin $A = x^3 - 3x + 2$; $B = 3x^2 - 5x + 2$; $C = x + 3$

Calculeu: a) $(A - B) \cdot C$ b) $B : C$

20. Factoritza aquests polinomis i troba'n les arrels:

a) $x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x$ b) $x^3 - 9x$ c) $x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$ d) $2x^5 - 50x^3$ e) $3x^5 + 9x^4 - 12x^2$

(Sol: a) $x \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+3)$ b) $x \cdot (x-3) \cdot (x+3)$ c) $(x+3)(x-3)(x+1)(x-1)$ d) $2x^3(x+5)(x-5)$ e) $3x^2(x+2)^2(x-1)$)

21. Simplifica aquestes fraccions:

$$a) \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \quad b) \frac{5x^2 - 15x}{x^2 - 6x + 9} = \quad c) \frac{3x^2 - 15x}{x^2 - 5x} = \quad d) \frac{x^3 + 6x^2 + 3x - 10}{x^3 + x^2 - 2x} =$$

$$(Sol: a) \frac{x-2}{x} \quad b) \frac{5x}{x-3} \quad c) 3 \quad d) \frac{x+5}{x})$$

22. Calcula i, si es pot, simplifica:

$$a) \frac{x^2 - 4x + 4}{3x(x^2 - 4)} : \frac{x-2}{x^2 + 6x} \quad b) \frac{1}{x^2 - x} - \frac{2-x}{x-1} \quad c) \frac{x}{x-2} + \frac{5}{x^2 - 4} =$$

$$d) \frac{x+1}{x} - \frac{5}{x-1} = \quad e) \frac{x}{x-1} + \frac{5}{x^2 - 1} - \frac{x-2}{2x-2} = \quad f) \frac{x}{x-3} + \frac{1}{x^2 - 9} - \frac{x-1}{2x+6} =$$

$$g) \frac{2x-6}{x^2 + 2x} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 9} = \quad h) \frac{3x-6}{x^2 + x} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4} = \quad i) \frac{x}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 9} =$$

$$j) \left(\frac{x-1}{x^2 - 25} - \frac{3+x}{2x-10} \right) : \frac{x+1}{x+5} = \quad k) \frac{x+1}{x-3} : \left(\frac{2+x}{x^2 - 9} - \frac{2-x}{2x+6} \right) =$$

(Sol: a) $\frac{x+6}{3(x+2)}$ b) $\frac{x-1}{x}$ c) $\frac{x^2+2x+5}{x^2-4}$ d) $\frac{x^2-5x-1}{x(x-1)}$ e) $\frac{x^2+3x+12}{2(x+1)(x-1)}$

f) $\frac{x^2+10x-1}{2(x+3)(x-3)}$ g) $\frac{2x-4}{x(x-3)}$ h) $\frac{3x-3}{x(x-2)}$ i) $\frac{x-3}{x^2-4}$ j) $\frac{-x^2-6x-17}{2(x+1)(x-5)}$

k) $\frac{2(x+3)(x+1)}{x^2-3x+10}$

23. Escriu dos polinomis A i B de grau 3 que la seva suma sigui de grau 1.

A = B = A+B =

24. Si grau(A) = 3 i grau(B) = 4 i grau(C) = 5, quin serà el grau del polinomi (A-C)·B?

25. Estudia si el polinomi $x^{345} - 5x^{29} - 4$ és múltiple de $x+1$

26. ¿Quin ha de ser el valor del paràmetre m per tal que el polinomi $x-3$ sigui divisor de x^4-6x^2+mx+3 ?

27. Calcula:

a) $(3x^2 - 5x + 3) - (6x - 5) =$ b) $(3x^2 + 3) \cdot 6x - 5 =$ c) $(x^2 - x + 1) \cdot (x - 3) \cdot x =$
d) $(x-2) \cdot (x+2) =$ e) $(2x^3-5x+1) - (x^3-5x-1) =$ f) $(30x^6 - 2x) \cdot (30x^6 + 2x) =$

28. Siguin els polinomis $P(x) = 3x^2 - 5x - 3$, $Q(x) = x^2 - 3x - 4$ i $R(x) = 2x - 10$ Calcula:

a) $P + Q \cdot R$ b) $(P + Q) \cdot R$ c) $(2 + x) \cdot (Q - R)$ d) $(Q + R) \cdot (P + R)$

Solucions: a) $2x^3-13x^2+17x+37$ b) $8x^3-56x^2+66x+70$ c) $x^3-3x^2-4x+12$ d) $3x^4-6x^3-52x^2+55x+182$

29. Treu factor comú en aquestes expressions:

a) $x^5 - 2x^3 + 4x^2$ b) $3x^7 - 6x^5$ c) $x^3 - x$
d) $4x^3 - 8x^2$ e) $5mx^5 - 10mx$ d) $3sy - 2s^2y^3 + 5s^2y$

30. a) Siguin $A(x) = x^3 - 3x + 2$; $B(x) = 3x^2 - 5x + 2$ i $C(x) = x + 3$ i $D(x) = x - 2$

Calcula: a) $(A - C) \cdot B$ b) $A : C$ c) $2C \cdot (A - B)$ i d) $B : D$

31. a) Troba el valor de m per tal que el polinomi $x + 1$ sigui divisor de $x^{18} - 5x^7 + mx - 2$

(Sol: $m=4$)

b) Quin ha de ser el valor de k per tal que el polinomi $2x^4 - 5x^2 + kx - k$ sigui múltiple de $x - 3$?

(Sol: $k=-117/2$)

EQUACIONS I SISTEMES D'EQUACIONS I D'INEQUACIONS

32. Resol aquestes equacions:

a) $\frac{9x-4}{5} = \frac{2(x-3)}{3} - 4(2-3x)$

b) $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x = 0$

c) $x^4 = 9x^2 - 8$

(Sol: a) 138/163 b) 0, 3, -3 i -2 c) 1, -1, $\pm 2\sqrt{2}$)

33. Resol aquests sistemes:

a) $\begin{cases} x^2 - 3y = 7 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y^2 = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 24 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} y^2 + x^2 = 1 \\ 4x = 2(5 - y) - 8 \end{cases}$

f) $\begin{cases} y^2 = 5xy + 19 \\ x \cdot y = -2 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x^2 - 8 = 2y + 3 \\ x + 5y = -2 \end{cases}$

(Sol: a) $x=2$ $y=-1$ i $x=-13/5$ $y=-2/25$ b) $x=1$ $y=2$ i $x=-4/9$ $y=-7/3$ c) $x=5$ $y=-1$ i $x=-7$ i $y=-5$

d) $x=3$ $y=1$ i $x=1$ $y=-3$ e) $x=0$ $y=1$ i $x=4/5$ $y=-3/5$ f) $x=2/3$ $y=-3$ i $x=-2/3$ $y=3$ g) $x=3$ $y=-1$ i $x=-17/5$ i $y=7/25$)

34. Resol aquests sistemes d'inequacions:

a) $\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ 5x - 2y > 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y \leq 1 \\ 5x - y > 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 3x + 5y > 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - 4y \leq 2 \\ 2x + y > 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x + y \geq 5 \\ 3y - x \geq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -9x + 12 \leq 4 + 3x \\ 3x - 5 < \frac{x+2}{4} \end{cases}$

35. Resol aquestes inequacions:

a) $\frac{x-2}{3} - \frac{3(x-1)}{5} < 2$

b) $x^2 - 2x - 3 > 0$

c) $-x^2 - 5x - 6 < 0$

36. Un especulador reparteix un capital de 32000€ en dues inversions. Una part, en un negoci que li rendeix un 5% anual i l'altra en una operació immobiliària que li dóna un guany del 3%. Sabent que els beneficis obtinguts en les dues inversions són iguals, quina quantitat ha destinat al negoci i quina a l'operació immobiliària?
(Sol: 12.000€ i 20.000€ respectivament)

ESTADÍSTICA I PROBABILITAT

Nota: Podeu comprovar les solucions dels exercicis d'estadística de distribucions bidimensionals amb l'EXCEL que va fer en l'activitat del curs)

37. El consum d'energia per càpita en milers de kWh i la renda per càpita en milers d'€ de sis països de la UE són les següents:

	Alemanya	Bèlgica	Dinamarca	Espanya	França	Itàlia
Consum (X)	5,7	5	5,1	2,7	4,6	3,1
Renda (Y)	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5

- a. Calcula la covariància
- b. Indica el coeficient de correlació entre el consum i la renda. Com és la relació entre les dues variables?
- c. Calcula la recta de regressió del consum d'energia sobre la renda.
- d. Quina predicció podem fer sobre el consum d'energia per càpita de Grècia si la renda és de 4,2 milers d'€?

38. Volem estudiar la possible correlació entre el temps que uns conductors han conduït de manera ininterrompuda (X) i els reflexos que tenen (Y). El temps s'expressa en hores i l'índex de reflexos es troba a partir d'un test que els valora de 0 fins a 100. S'obtenen els resultats que figuren a la taula.

x_i	8	1	3	5	2
y_i	35	84	63	42	73

- a. Trobeu la covariància i el coeficient de correlació (comenteu-lo)
- b. Si un conductor ha estat 4 hores seguides al volant, quin nivell de reflexos podem esperar que tingui?

39. Mesurant el nivell de colesterol i la pressió sanguínia en un grup de persones, hem obtingut els següents resultats:

Colesterol	158	157	116	117	127	125	145
Pressió sanguínia	111	115	155	156	181	174	132

- a. Calcula la covariància
- b. Calcula el coeficient de correlació.
- c. Quina pressió sanguínia podem esperar que tingui una persona que ha donat un nivell de colesterol de 134.

40. Dues proves A i B permeten detectar si un pacient pateix una malaltia determinada. El 60% dels pacients d'un centre hospitalari se sotmeten a la prova A i el 40% restant a la prova B. La prova A detecta la malaltia en un pacient malalt amb una probabilitat de 0,9 i la prova B amb una probabilitat de 0,8. Calcula:

- a. La probabilitat que la malaltia no sigui detectada en un pacient malalt
- b. La probabilitat que, si s'ha detectat la malaltia en el pacient, hagi estat amb la prova A.

(Sol: 0'14 i 0'6279)

41. S'ha comprovat estadísticament que en un país el 58% dels nadons són nenes. Si una família té dos fills calcula la probabilitat que:

- a. Siguin dues nenes.
- b. Almenys un del fills sigui nena

(Sol: 0'3364 i 0'8236)

42. El 45% dels estudiants de segon de batxillerat d'un institut són alumnes de ciències i l'altre 55% són alumnes d'humanitats. Se sap que aproven totes les assignatures el 30% dels alumnes de ciències i el 40% del alumnes d'humanitats. Si un alumne ha estat triat a l'atzar, quina és la probabilitat que:

- a. Hagi aprovat totes les assignatures

(Sol: 0'355)

- b. Sigui d'humanitats sabent que no les ha aprovat totes. (Sol: 0'511)
- 43.** En una empresa d'ordinadors hi ha tres línies de fabricació i s'ha comprovat estadísticament que els de la primera (A) són defectuosos en un 6%, els de la segona (B) ho són en un 4% i els de la tercera (C) funcionen bé en un 98%. Una botiga ven ordinadors que s'han fabricats en aquesta empresa i nosaltres n'anem a comprar un. Quina és la probabilitat que:
- a. el nostre ordinador vagi bé ? (Sol: 0'96)
- b. si el nostre ordinador no va bé, hagi estat muntat en la línia A? (Sol: 0'5)
- 44.** Disposem de dues bosses, A i B. Dins la bossa A hi ha 4 boles blanques i 8 de negres i dins la B n'hi ha 8 de blanques i 6 de negres. Fem aquesta experiència: traiem una bola de la bossa A i la posem a la bossa B. Després traiem una bola de la bossa B i mirem el seu color. A quin esdeveniment hem d'apostar: que aquesta darrera bola surti blanca o bé que surti negra? (Sol: $P(B)=0,55$ i $P(N)=0,44$)
- 45.** S'ha comprovat que el temps que tarda un medicament a fer efecte sobre el pacient segueix una distribució normal amb una mitjana de 16 dies i una desviació de 3 dies.
- a. Si un pacient pren aquest medicament, quina és la probabilitat que tardi més de 18 dies a fer-li efecte? (Sol: 0,2546)
- b. Si el subministrem a 150 pacients, a quants podem esperar que els hi faci efecte abans de 15 dies. (Sol: 55 pacients)
- 46.** Les notes de selectivitat de matemàtiques segueixen una distribució $N(5,57, 2)$.
- a. Quina és la probabilitat que la Carme tregui una nota inferior al 6 ? (Sol: 0,5852)
- b. I superior al 7? (Sol: 0,2373)
- c. Si s'han examinat 28 alumnes del ins, quants podem esperar que hagin aprovat? (Sol: 17)
- 47.** La talla mitjana dels 200 alumnes d'un centre escolar és de 165 cm, i la desviació típica, 10 cm.
- a. Si les talles es distribueixen normalment, calcula la probabilitat que un alumne elegit a l'atzar mesuri més de 180 cm.
- b. Quants alumnes podem esperar que mesurin menys de 180 cm?
- c. Quants alumnes podem esperar que mesurin entre 160 cm i 180 cm?
- (Sol: 0'0668, 187 alumnes, 125alumnes)
- 48.** Llancem set vegades una moneda trucada de manera que la probabilitat que surti cara és 0,45. Calcula les probabilitats següents:
- a. que surtin exactament tres cares
- b. que surtin almenys dos cares
- (Sol: 0'2918 i 0'8976)

FUNCIONS

Nota: Bona part d'aquests exercicis els podreu comprovar utilitzant el Geogebra. I en el cas dels límits ho podeu fer amb l'ajuda d'una taula de valors.

49. Digues de quin tipus són aquestes funcions i troba'n el domini:

a) $f(x) = \sqrt{6-x}$ b) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 5x^2 + 4x}$ c) $f(x) = \sqrt{3x^2 - 12}$ d) $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + x - 2}$

(Sol: a) $(-\infty, 6]$ b) $R - \{0, 1, 4\}$ c) $[-2, 2]$ d) $R - \{-1, -2\}$)

50. Representar en uns mateixos eixos de coordenades les funcions:

$f(x) = 3^x$ $f(x) = (7/2)^x$ $f(x) = (1/5)^x$

51. a) Dibuixa la gràfica de la funció $f(x) = \log_2 x$

b) A partir de la gràfica anterior dibuixa la d'aquestes funcions: $y = \log_2 x + 3$; $y = \log_2 (x-3)$ i $y = -\log_2 x$

52. Representa en uns mateixos eixos les funcions: $f(x) = \log_3 x$; $f(x) = \log_{1/5} x$ i $f(x) = \log_5 x$

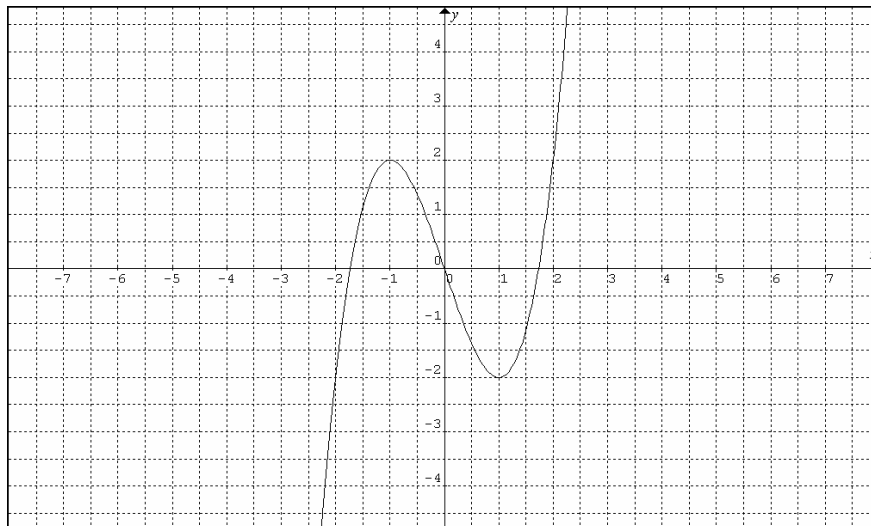
53. De cadascuna d'aquestes funcions, troba: a) Dom($f(x)$); b) Límits en els punts de discontinuïtat

c) Límits a l'infinit d) Gràfica aproximada de la funció i e) R_f

(i) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 3}$ (ii) $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$ (iii) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

54. Sigui la funció $f(x) = x^3 - 3x$.

Troba la gràfica de: a) $f(x)+2$; b) $f(x+3)$; c) $-f(x)$; d) $2 \cdot f(x)$; e) $f(x-2)$ i f) $\frac{1}{2} \cdot f(x)$



55. Fes una taula de valors de la funció $f(x) = \log_2 x$ i representa-la. Representa també la funció recíproca de $f(x)$.

56. Sigui $f(x) = \frac{2x-1}{3}$ i $g(x) = x^3 - 5$. Troba: a) $f^{-1}(x)$ b) $g^{-1}(x)$ c) $(f \circ g)(x)$

57. Estudia la continuïtat d'aquesta funció, és a dir, digues on és contínua i, en els que no ho sigui,

classifica el tipus de discontinuïtat: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 4}$

58. Donades les funcions $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x^2 + x - 6}$; $g(x) = \frac{3x^2 + 5}{x^2 - 25}$ i $h(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 - 9}$

- Troba els límits en els punts de discontinuïtat
- Troba els límits a l'infinit.
- Amb la informació obtinguda, fes un esbós de la gràfica

59. Siguin $f(x) = \frac{3x + 21}{5}$ i $g(x) = 2x^3 + 1$. Troba: a) $f^{-1}(x)$; b) $g^{-1}(x)$ i c) $(f \circ g)(x) =$

60. Calcula aquests límits i interpreta'n gràficament el resultat:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 5}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{x^2 + 2x - 3}$$

(Sol: $\frac{1}{4}$, -1 , $\mp \infty$, 1)

61. El parc mòbil d'una població de 4.542 habitants és de 2.470 cotxes, i en una de 14.560 habitants és de 9430 cotxes. Quants cotxes podem esperar que hi hagi en una població com Santa Coloma que té 10.950 habitants?
(Sol: 6921)

62. Quan fem treballar una màquina a un ritme ràpid de 250 peces/minut resulta que en surten un 12% de defectuoses. Si va més lenta, a un ritme de 140 peces/minut, aleshores només en surten un 5% de defectuoses. Quin percentatge de defectuoses podem esperar que surtin si treballa a un ritme de 170 peces/minut?
(Sol: 6,918%)

63. En una població de 5.640 habitants hi ha 152 bicicletes que circulen habitualment pel carrer i en una de 12.460 n'hi ha 286. Quantes podem esperar que n'hi hagi en una de 9.600 hab.?
(Sol: 230,08)

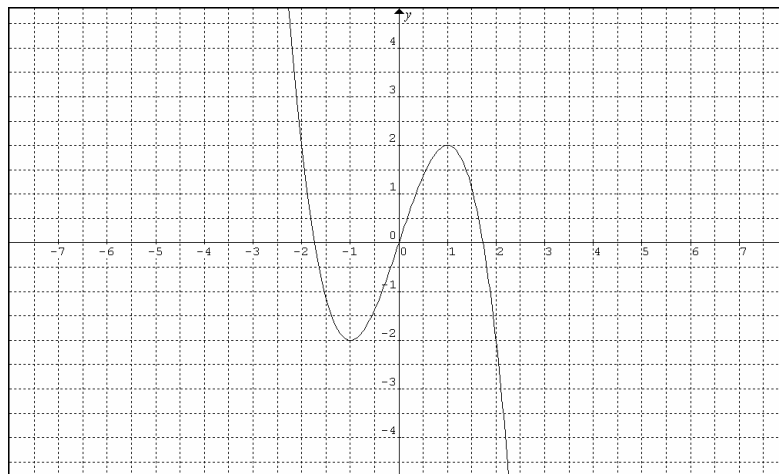
64. Donada la gràfica de la funció $f(x)$ troba les gràfiques de:

a) $f(x - 3)$

b) $-f(x)$

c) $-2 \cdot f(x)$

d) $f(x) - 3$



65. Sigui la funció $f(x) = 1 + \sqrt{2x + 8}$

Troba:

a) $Df =$

- b) La gràfica
- c) R_f
- d) $f^{-1}(x)$

66. Troba els punts de discontinuïtat de la funció: $f(x) = \begin{cases} -2 & x < -1 \\ 2x - 1 & -1 \leq x < 2 \\ x^2 - 3 & 2 \leq x \end{cases}$

67. Troba el valor de k per tal que la funció: $f(x) = \begin{cases} x + k & x \leq 0 \\ 2x^2 - kx + 6 & x > 0 \end{cases}$ sigui contínua en el punt $x = 0$.

(Sol: $k = 6$)

68. Troba el valor de "k" per tal que aquesta funció sigui contínua: $f(x) = \begin{cases} 2x - k & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + kx & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Després representa la funció pel valor de k que hagis trobat.

(Sol: $k = 1/2$)

69. Estudia la continuïtat d'aquesta funció, és a dir, digues on és contínua i, en els valors que no ho sigui, classifica el tipus de discontinuïtat: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 4}$

(Sol: És contínua en $R - \{1, 4\}$. La discontinuïtat en $x=1$ és evitable i en $x=4$ és asimptòtica)

70. Sigui la funció $f(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{x^2 - 9}$. Estudia els límits que consideris més importants i, amb la informació obtinguda, fes la gràfica de la funció.

71. Troba i classifica els punts de discontinuïtat de la següent funció. $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 7x - 8}$

(Sol: És contínua en $R - \{1, -8\}$. La discontinuïtat en $x=1$ és evitable i en $x=-8$ és asimptòtica)

72. Es realitza un experiment psicològic amb nens i nenes de sis anys. L'experiment consisteix en mostrar-los, durant un temps d' x minuts, un conjunt d'objectes, i immediatament després de retirar-los, demanar-los que els distingeixin dins d'un conjunt més ampli d'objectes.

Els resultats venen donats per la funció: $f(x) = 15 \cdot (1 - e^{-0.2x})$

- a) Quants objectes pot recordar un nen després de 5 minuts d'observació prèvia?
- b) Quants, després d'una hora i quaranta minuts?
- c) I al cap de tretze hores i mitja?
- d) Quina conclusió pots extreure dels resultats anteriors?

73. En el contracte de treball d'un empleat figura que el sou pujarà un 3'5% anual.

- a) Si comença guanyant 10.000€ anuals, quant guanyarà d'aquí a 8 anys?
- b) Quant temps tardarà a triplicar-se el seu sou?

c) Escriptura de la funció que relaciona el sou dependent del temps que passa.

(Solució: a) 13.168'09€ b) 32 anys c) $f(t)=10000 \cdot 1'035^t$)

74. Una empresa estima que el seu balanç de guanys i pèrdues segueix la funció

$f(x) = \ln(x+1) - x + 2$, on x representa els anys naturals a partir de la seva fundació i $f(x)$ els guanys o les pèrdues de l'empresa, en milions de pessetes.

a) Quin és el balanç de l'empresa en el moment de la seva fundació?

b) Fes un gràfic aproximat i conclou si d'aquí a 10 anys l'empresa tindrà beneficis o pèrdues.

c) Compraries accions d'aquesta empresa?

75. El nombre de bacteris en un cultiu ve donat per $N(t)=9+2 \cdot e^t$, on el temps t s'expressa en hores i N en milers de bacteris. a) Quants bacteris hi ha inicialment? b) Quants n'hi ha al tercer dia? c) Quant de temps ha de passar perquè hi hagi més de 44.000 bacteris?

(Sol: a) 9.000 bacteris b) 49171 bacteris, c) 2 hores 51 minuts 44 segons)

76. En una ciutat de 120.000 habitants es propaga una epidèmia de grip segons la funció exponencial

següent: $f(t) = 6 t^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$ on t és el temps i $f(t)$ el nombre de malalts.

a) Calcula quants malalts hi ha al quart dia? I al cap de 12 dies?

b) Quin dia hi haurà 192 malalts? (per tempteig)

c) I quants malalts al cap de 32 dies? (interpreta el resultat)

(Sol: a) 96 malalts ; 162 malalts b) 8 dia c) 3 malalts, l'epidèmia estava en la fase final.)

77. Calcula la taxa de variació mitjana de la funció $f(x) = 2x^2 - 1$ en els intervals indicats. És creixent o decreixent la funció en aquests intervals? a) $[-3,-1]$ b) $[0,4]$

78. Sigui $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Troba $f'(2)$ i $f'(-1)$ utilitzant el concepte de derivada. Digues si en aquests valors la funció és creixent o decreixent.