

Problema del mes de DESEMBRE

(Per lliurar al professorat de matemàtiques abans del dia **8 de Gener**)

Argumenteu bé la solució amb els càlculs i explicacions necessaris.

Problema categoria 1r i 2n d'ESO

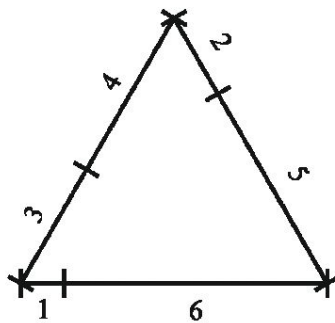
Primer problema del Fem Mates, cada nivell en la seva categoria. Es pot presentar el problema en grups de 4.

1r d'ESO: TRIANGLES EQUILÀTERS I QUADRATS

Segona part: rectangles i quadrats

A la Júlia li donen cinc pals, que mesuren respectivament 2, 3, 4, 5 i 6 cm de llargada. Ha d'agafar un sisè pal d'una capsa on n'hi ha molts i de qualsevol mida entera i positiva (n'hi ha d'1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm ...). Amb els 6 pals ha de construir un triangle equilàter.

Exemple: si agafés un pal d'1 cm, tindria sis pals que mesuren en cm: 1, 2, 3, 4, 5 i 6; agrupant el 6 amb l'1, el 2 amb el 5 i el 3 amb el 4 podria fer un triangle equilàter de 7 cm de costat.



a) De quantes maneres més podrà formar un triangle equilàter amb els cinc pals inicials i afegint-ne un més? Descriviu totes les combinacions possibles. Nota: no cal que cada costat estigui format per dos pals.

b) Observeu alguna relació entre les mides dels pals nous que heu agafat en cada cas (en l'exemple hem agafat el d'1cm)? I observeu alguna relació entre els diferents perímetres dels triangles que aneu obtenint? Aproveu-ho per explicar per quin motiu podeu assegurar que només hi pot haver les possibilitats que heu trobat.

c) Després a la Júlia li proposen la mateixa activitat, però els cinc pals que li donen ara mesuren 4, 5, 6, 7 i 8 cm respectivament. Descriviu totes les combinacions possibles i digueu també quina característica tenen en comú els pals nous i els perímetres que aneu obtenint.

d) A continuació podeu explorar altres cinc mides inicials (per no complicar-nos excessivament, sempre podeu escollir cinc mides de nombres enters consecutius) i treure'n conclusions.

Segona part: rectangles i quadrats

e) La Júlia té ara els pals de 2, 3, 4, 5 i 6 cm respectivament i, agafant un altre pal, ha d'aconseguir construir un rectangle de manera que la base sigui el doble de l'altura, és a dir, un costat ha de ser el doble de l'altre. Descriviu totes les combinacions possibles i digueu també quina característica tenen en comú els pals nous i els perímetres que aneu obtenint.

f) La Júlia torna a tenir els pals de 2, 3, 4, 5 i 6 cm i ha d'agafar dos pals més de la caixa de manera que, amb els set pals, ha de construir un quadrat. Descriviu totes les combinacions possibles i digueu també quina característica tenen en comú els pals nous i els perímetres que aneu obtenint.

2n d'ESO: NOMBRES SENARS

L'Ariadna està provant de fer formes amb els nombres senars i li sembla que ha descobert un resultat interessant quan forma quadrats.

- Mira Dídac, si sumes la primera fila el resultat és $1+3=4$, si sumes qualsevol de les dues diagonals el resultat és $1+7=8$, i $3+5=8$, i si sumes tots els números del quadrat el resultat és $1+3+5+7=16$. No et sembla curiós?
- Curiós per què? Els resultats són 4, 8 i 16. No hi veig la relació.
- Anem a veure. Fem-lo més gran:

1	3
5	7

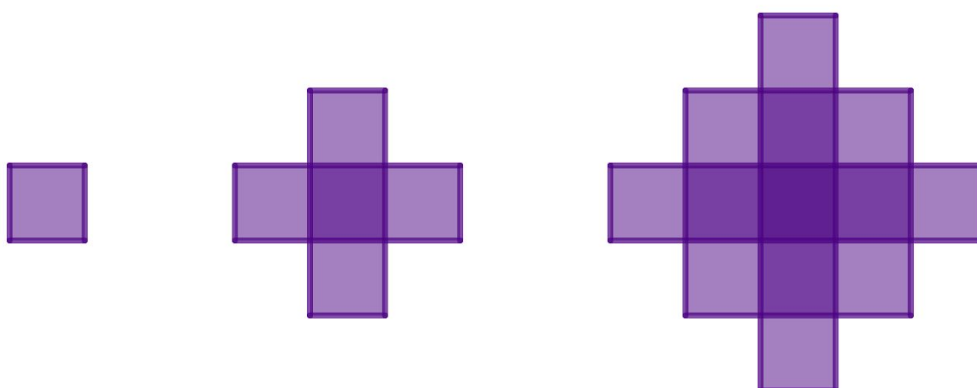
1	3	5
7	9	11
13	15	17

- a) Podeu ajudar l'Ariadna a mostrar-li al Dídac què hi ha de curiós en aquests quadrats? Expliqueu-ho de forma molt clara.
- b) Feu una petita investigació amb quadrats de diferents mides, col·locant de forma correlativa els nombres senars, i sumant, en cada cas, els nombres de la primera fila, qualsevol de les dues diagonals i tots els nombres del quadrat. Hi ha alguna relació entre tots aquests resultats i la dimensió del quadrat? Expliqueu-ho de forma molt clara.
- c) Apliqueu els resultats de la vostra investigació per respondre: Quina és la dimensió del costat del quadrat si la suma dels números de la primera fila val 100? I si val 676?

Problema categoria 3r i 4t d'ESO

Problema del +MATES-2019

- a) Observa la següent construcció, cada nova figura es construeix a partir de l'anterior afegint uns quants quadrats. A la imatge t'hi hem representat les tres primeres figures de la sèrie. Quants quadrats tindrà la figura número 2019?



Et proposem ara uns quants problemes de càlcul:

- b) En quina xifra acaba el nombre 2019^{2018} ? i 2018^{2019} ?

El 6 és un nombre que té 4 divisors: $Div(6) = \{1, 2, 3, 6\}$, en canvi el 7 només en té 2, $Div(7) = \{1, 7\}$.

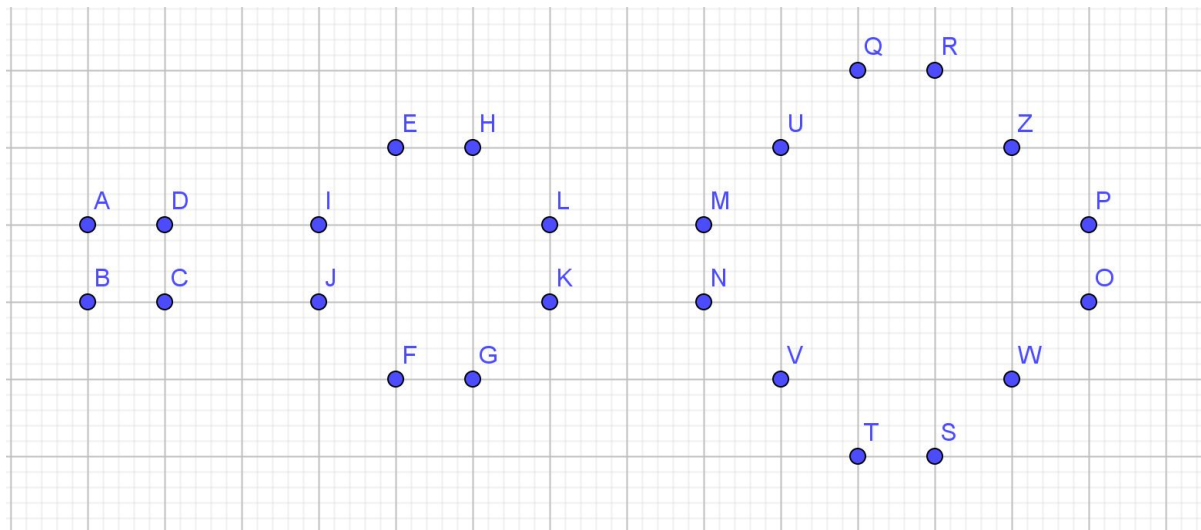
- c) Troba dos nombres, un de parell i un de senar que tinguin exactament 2018 divisors.
- d) Calcula quants divisors té el nombre 19^{2018} .
- e) Calcula quants divisors té el nombre 2019^{2018} .

Problema categoria Batxillerat

Problema del +MATES-2019

i.- Observa la següent construcció, cada nova figura es construeix a partir de l'anterior afegint uns quants punts. A la imatge t'hi hem representat les tres primeres figures de la sèrie. Quants punts tindrà la figura número 2019? Quantes diagonals?

(A diferència del costat, una diagonal és el segment que uneix dos vèrtexs i que passa per l'interior del polígon)



ii.- El 6 és un nombre que té 4 divisors: $Div(6) = \{1, 2, 3, 6\}$, en canvi el 7 només en té 2, $Div(7) = \{1, 7\}$.

- a) Troba dos nombres, un de parell i un de senar que tinguin exactament 2018 divisors.
- b) Calcula quants divisors té el nombre 19^{2018} .
- c) Calcula quants divisors té el nombre 2019^{2018} .

iii.- Troba les dues últimes xifres del nombre $2018^{2017} + 2019^{2017} + 2020^{2017}$.