

Problema del mes de GENER

Curs 2017-2018

(Per lliurar al professorat de matemàtiques abans del dia **5 de Febrer**)

Per aquest mes us proposem una petita investigació seguida d'un problema. Cada nivell ha d'entregar tant la investigació com el problema resolt i ben explicats.

Categoria 1r i 2n d'ESO

Investigació:

Investiga sobre aquestes productes numèrics, explica com es produeixen i digues si sempre funcionen.

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$\dots = \dots$$

Problema:

El nombre 1089 és tal que si ho multipliquem per 9 s'obté el nombre 9801. Observa que tots dos nombres tenen els mateixos dígitos però el seu ordre està invertit (nombres cap-i-cua). Esbrina quin nombre de cinc xifres té aquesta mateixa propietat, és a dir, que en multiplicar-lo per 9 s'obté un nombre que conté les mateixes xifres en ordre invers.

Explica clarament com has arribat al resultat.

Problema categoria 3r i 4t d'ESO

Investigació:

Investiga sobre aquestes sumes numèriques, explica com es produeixen i digues si sempre funcionen.

$$\begin{array}{rcl}
 1+2 & = & 3 \\
 4+5+6 & = & 7+8 \\
 9+10+11+12 & = & 13+14+15 \\
 16+17+18+19+20 & = & 21+22+23+24 \\
 25+26+27+28+29+30 & = & 31+32+33+34+35 \\
 36+37+38+39+40+41+42 & = & 43+44+45+46+47+48 \\
 \dots & = & \dots
 \end{array}$$

Problema:

Una parella d'amics escriu les seves edats una a continuació de l'altra, formant un nombre de 4 xifres que resulta ser un quadrat perfecte, k^2 . Onze anys més tard repeteixen l'operació, en el mateix ordre, i ara els torna a resultar un altre número de 4 xifres, quadrat d'un altre sencer 11 unitats més gran que el sencer k de la vegada anterior. Quina edat tenia cada un d'ells quan van formar el nombre k^2 ?

Explica clarament com has arribat al resultat.

Problema categoria BATX

Investigació:

En matemàtiques no s'ha descobert tot, de fet, el 26 de desembre de 2017 es va trobar un altre nombre primer, és a dir, es va demostrar que el nombre $2^{77,232,917} - 1$ és primer.

- Aquest s'anomena un primer de Mersenne. Els primers de Mersenne són els primers de la forma $2^p - 1$, on p és un nombre primer. Troba els 5 primers de Mersenne i comprova que són tots primers.
- S'ha calculat que el nombre primer $2^{77,232,917} - 1$ té exactament 23.249.425 xifres. Podries dir quina és la darrera xifra d'aquest nombre?

Problema:

Un grup d'alumnes no té professor i, aprofitant el moment, un dels alumnes escriu a la pissarra un nombre de 6 xifres. Quan arriba el professor de guàrdia, esborra la primera xifra de l'esquerra i l'escriu al final del nombre, quedant així un nombre que és el triple del que havia escrit l'alumne.

Quin nombre hi havia escrit l'alumne a la pissarra?

Si hi hagués més d'una possibilitat trobar-les totes.

Explica clarament com has arribat al resultat.